FÍSICA MODERNA - 1/2011

LISTA 8

1. (a) Uma corda está vibrando com função de onda $y(x,t) = Asen(kx)cos(wt)$, com $A = 3$ cm, $k = 0,2\pi$ rad/cm, e $w = 10\pi$ rad/s. Esboce a forma da corda no segmento $0 \leq x \leq 10$ cm nos instantes $t = 0$, $0,05$, e $0,07$ s.
(b) Uma onda estacionária com forma funcional igual a do item (a) tem amplitude 2 m, comprimento de onda 10 m, e período $T = 2$ s. Escreva a expressão de $y(x,t)$.
(c) Considere uma onda estacionária sobre uma corda esticada, com extremidades fixas em $x = 0$ e $x = 40$ cm. Ela oscila com amplitude 3 cm e comprimento de onda 80 cm, e sua velocidade transversal máxima é 60 cm/s. Escreva expressão para o deslocamento transversal $y(x,t)$.

2. Uma corda esticada vibra com função de onda da forma dada no problema 1, mas com $A = 2,5$ cm, $k = 1$ rad/cm, e $w = 10\pi$ rad/s.
(a) Esboce dois comprimentos de onda completos desta onda em cada um dos instantes $t = 0,05$ s e $t = 0,1$ a.
(b) Para um valor fixo de x, tome a derivada parcial de $y(x,t)$ com relação a t para obter a velocidade transversal do ponto da corda de coordenada x. Faça um gráfico desta velocidade em função de x para cada um dos instantes do item (a).

3. A forma mais geral para uma onda senoidal é $acos(wt) + bsen(wt)$.
(a) Mostre que a forma $Asen(wt + \phi)$ é equivalente a anterior, isto é, mostre que se temos a onda dada numa das 2 formas podemos também escrevê-la na outra, por uma escolha conveniente das constantes envolvidas. Obtenha a e b em termos de A e ϕ e vice-versa.
(b) Mostre que podemos reescrever a última forma como $Asen(wt')$ se escolhermos convenientemente a origem de contagem de tempo - isto é, se fizermos a mudança de variável $t' = t+$ constante com uma escolha conveniente desta constante.

4. A solução geral de uma equação diferencial de 2a ordem como a equação de Schrodinger pode ser escrita como uma combinação linear arbitrária de duas soluções linearmente independentes, que podem ser escolhidas de várias maneiras diferentes. Isto é, se $\psi_1(x)$ e $\psi_2(x)$ são duas soluções linearmente independentes da equação diferencial, a solução geral pode ser escrita como $A\psi_1(x) + B\psi_2(x)$, onde A e B são constantes, reais ou complexas.
(a) Para ilustrar esta propriedade, considere a equação diferencial $\psi'' = -k^2\psi$, onde k é uma constante. Mostre que cada uma das funções $senkx$, $coskx$, e^{ikx} e e^{-ikx} é solução desta equação.
(b) Mostre que uma qualquer destas soluções pode ser escrita como combinação linear de duas das outras.

5. Considere a equação diferencial de 2a ordem

$$f(x)\psi''(x) + b(x)\psi'(x) + h(x)\psi(x) = 0,$$

onde f, g e h são funções conhecidas. Prove que, se $\psi_1(x)$ e $\psi_2(x)$ são soluções desta equação, então a combinação linear $A\psi_1(x) + B\psi_2(x)$ também é, quaisquer que sejam os valores das constantes A e B. Este resultado é conhecido como o *princípio de superposição.*

6.
(a) Escreva e represente graficamente a distribuição (densidade) de probabilidade $|\psi(x)|^2$ para o segundo estado excitado ($n = 3$) de uma partícula numa caixa rígida de aresta a.
(b) Em torno de que posições x_{mp} é mais provável encontrar a partícula?
(c) Qual a probabilidade de encontrar a partícula no intervalo $[0,50a, 0,51a]$? E no intervalo $[0,75a, 0,76a]$?
(d) Repita os 3 itens acima para uma partícula no terceiro estado excitado ($n = 4$).

7. Determine a probabilidade de encontrar uma partícula no estado fundamental de uma caixa rígida de aresta a no intervalo compreendido entre as posições $x = 0$ e $x = a/3$.

8.
(a) Determine o valor esperado da posição $< x >$ de uma partícula no estado fundamental de uma caixa rígida de aresta a.
(b) Faça o mesmo para os dois primeiros estados excitados.